http://math.uni.lu/parlier/ hugo.parlier@uni.lu

Exercices 5 A

1. Utilisant le théorème binomial, développer les expressions suivantes :

a) $(2x + 4)^4$

b) $(1 - 3x)^5$

c) $(x + 2)^6$

2. Trouver les quatre premiers termes de la version développée de $(2a - \frac{1}{x})^{11}$.

3. En utilisant les théorèmes vus au cours, trouver les limites suivantes (avec démonstration) :

a) $\lim_{n\to\infty} \frac{2n-1}{3n}$

b) $\lim_{n\to\infty} \frac{n^{12}-7n^2+10}{2n(n+1)(3n+1)^{10}}$

4. Donner une preuve formelle que

$$\lim_{n\to\infty} n^2 = +\infty.$$

5. Soit (s_n) une suite vérifiant $s_n \neq 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ et

$$\lim_{n\to\infty} \frac{|s_{n+1}|}{|s_n|} = L.$$

Montrer que si $L < 1$ alors $\lim_{n\to\infty} s_n = 0$.

6. Soit x_n une suite convergente. Soit

$$y_n = x_{n+1} - x_n \ .$$

Prouver que y_n est convergente et calculer sa limite. Qu'est-ce qui se passe si x_n est divergente ? Donner des exemples.

7. Soit $A \subset \mathbb{R}$ un ensemble borné. Montrer qu'il existe une suite $a_n \in A$ telle que

$$\lim_{n\to+\infty} a_n = \sup(A) \ .$$